Risoluzione problema 1

Alessia Alinovi

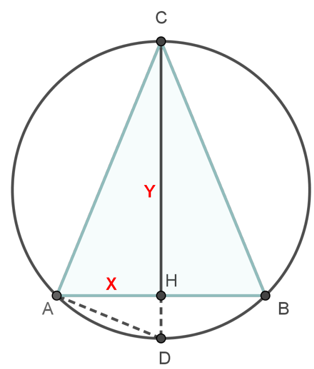
2 marzo 2019

Testo

Determina la misura dell'area di un triangolo isoscele inscritto in una circonferenza di raggio di misura r, sapendo che la somma delle misure della base e dell'altezza a essa relativa è $\frac{16}{5}r$.

Risoluzione

Il problema si può risolvere considerando il triangolo ADC: esso è un triangolo rettangolo poiché ogni triangolo inscritto in una semicirconferenza è rettangolo. In particolare è possibile applicare il secondo teorema di Euclide.



Indicando con x il segmento $\overline{AH}$, con y il segmento $\overline{CH}$ e applicando il secondo teorema di Euclide al triangolo ADC si ottiene la seguente relazione: $x^2 = y(2t-y)$. E' necessario porre delle condizioni sulle incognite x e y: la lunghezza dei segmenti $\overline{AB}$ e $\overline{CH}$ può essere la massimo $2r$ quindi $0 \leq x \leq r$ e $0 \leq y \leq 2r$.

La seconda relazione necessaria per risolvere il problema è già fornita dal testo: $2x + y = \dfrac{16}{5}r$. Ora basta risolvere il sistema

$$\begin{cases} x^2 = y(2t-y) \\ 2x + y = \dfrac{16}{5}r \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = y(2t-y) \\ 2x + y = \dfrac{16}{5}r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = y(2t-y) \\ y = \dfrac{16}{5}r - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 - \dfrac{44}{5}rx + \dfrac{96}{25}r^2 = 0 \\ \\ y = \dfrac{16}{5}r - 2x \end{cases}$$

Risolvendo la prima equazione e trovando i rispettivi valori di y si ottiene:

$$\begin{cases} x = \dfrac{24}{25}r \\ \\ y = \dfrac{32}{25}r \end{cases} \vee \begin{cases} x = \dfrac{4}{5}r \\ \\ y = \dfrac{8}{5}r \end{cases}$$

perciò: $\begin{cases} \overline{AB} = \dfrac{48}{25}r \\ \\ \overline{CH} = \dfrac{32}{25}r \end{cases} \vee \begin{cases} \overline{AB} = \dfrac{8}{5}r \\ \\ \overline{CH} = \dfrac{8}{5}r \end{cases}$

e quindi l'area sarà $\frac{768}{625}r^2$ oppure $\frac{32}{25}r^2$.