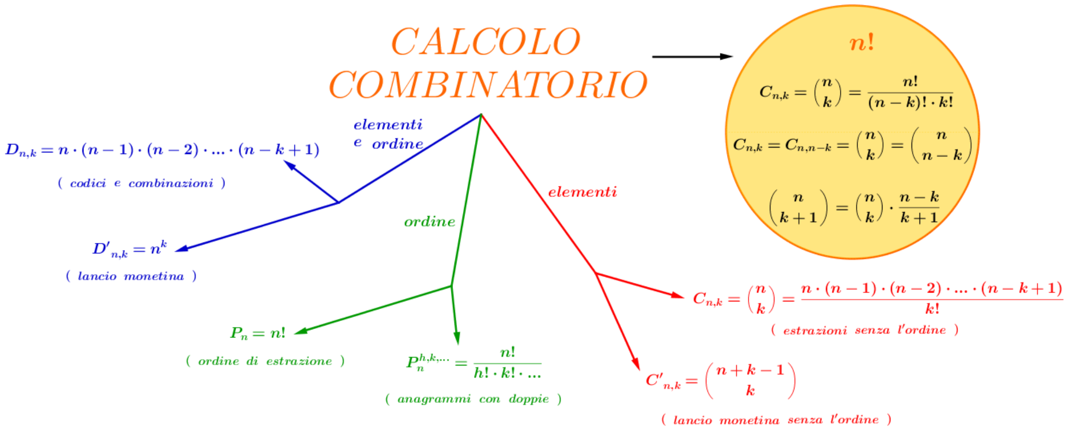
La probabilità del gioco o il gioco della probabilità?

Dispensa probabilità e calcolo combinatorio

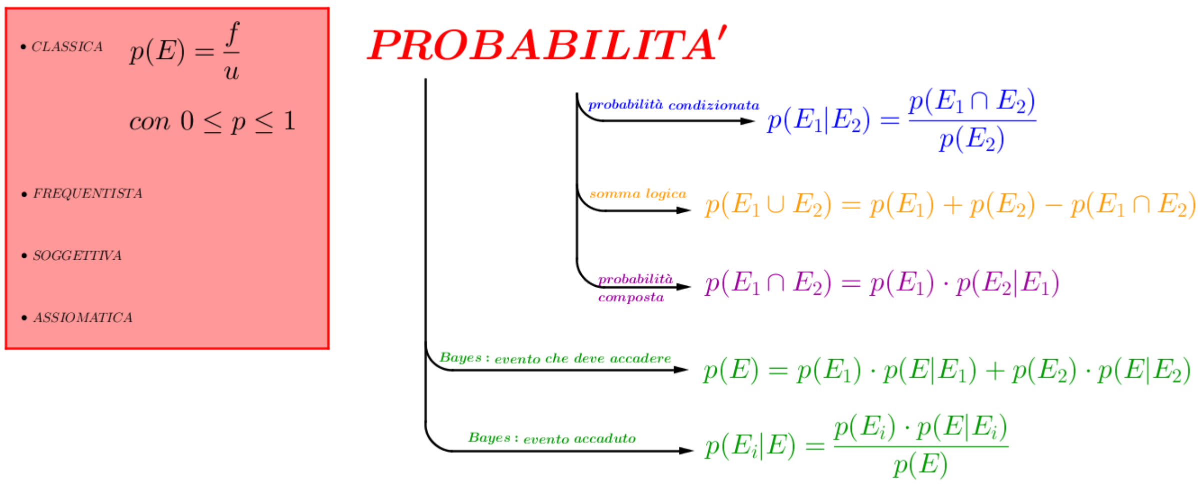
Massimo Buzzi, Lucio Alberto Monti

1 Mappe Riassuntive

1.1 Calcolo combinatorio



1.2 Probabilità



2 Glossario

A posteriori
A priori
Almeno
Calcolo combinatorio
Casi favorevoli
Casi possibili
Classi
Coefficienti binomiali
Combinazioni con ripetizione
Combinazioni semplici
Concezione soggettiva
Concezione statistica
Definizione assiomatica di probabilità
Definizione ricorsiva
Disintegrazione
Disposizioni con ripetizione
Disposizioni semplici
Distinguibilità
Distribuzione
Elementi
Eventi correlati negativamente
Eventi correlati positivamente
Eventi stocasticamente indipendenti
Evento
Evento accaduto
Evento aleatorio
Evento campione
Evento certo
Evento contrario
Evento elementare
Evento impossibile
Formula del binomio di Newton
Formula di ricorrenza
Formula di Stifel
Frequenza relativa
Funzione Fattoriale
Gruppi
Legge dei tre fattoriali
Permutazioni con ripetizione
Legge empirica del caso
Misura del grado di fiducia
Operazioni logiche
Permutazioni semplici
Possibilità
Potenze di un binomio
Probabilità
Probabilità condizionata
Probabilità statistica

Prodotto logico
Raggruppamenti
Reinserimento
Schema delle prove ripetute (o di Bernoulli)
Somma logica
Spazio campionario
Teorema della probabilità composta
Teorema della probabilità totale
Teorema di Bayes

3 Formulario

3.1 Calcolo combinatorio

1. *Disposizioni semplici:*

$$D_{n,k} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot ... \cdot (n-k+1)$$

2. *Disposizioni con ripetizione:*

$$D'_{n,k} = n^k$$

3. *Permutazioni semplici:*

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot ... \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

4. *Permutazioni con ripetizione:*

$$P_n^{h,k,...} = \frac{n!}{h! \cdot k! \cdot ...}$$

5. *Combinazioni semplici:*

$$C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{D_{n,k}}{P_k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot ... \cdot (n-k+1)}{k!}$$

6. *Combinazioni con ripetizione:*

$$C'_{n,k} = C_{n+k-1,k} = \binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1) \cdot (n+k-2) \cdot ... \cdot (n+1) \cdot n}{k!}$$

Leggi fattoriali

- *Legge dei tre fattoriali:*

$$C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

- *Legge delle classi complementari:*

$$C_{n,k} = C_{n,n-k} = \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Coefficienti binomiali

- *Formula di ricorrenza:*

$$\binom{n}{k+1} = \binom{n}{k} \cdot \frac{n-k}{k+1}$$

- *Formula del binomio di Newton:*

$$(A+B)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} A^{n-k} B^k$$

- *Formula di Stifel*

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

3.2 Probabilità

- *Probabilità di un evento:*

$$p(E) = \frac{f}{u}$$

- *Evento contrario:*

$$p(\overline{E}) = 1 - p(E)$$

- *Somma logica di due eventi:*

$$p(E_1 \cup E_2) = p(E_1) + p(E_2) - p(E_1 \cap E_2)$$

- *Teorema della probabilità totale (di eventi incompatibili):*

$$p(E_1 \cup E_2 \cup ... \cup E_n) = p(E_1) + p(E_2) + ... + p(E_n)$$

- *Probabilità condizionata:*

$$p(E_1|E_2) = \frac{p(E_1 \cap E_2)}{p(E_2)}$$

- *Teorema della probabilità composta:*

$$p(E_1 \cap E_2) = p(E_1) \cdot p(E_2|E_1)$$

- *Teorema di Bayes (evento che deve accadere):*

$$p(E) = p(E_1) \cdot p(E|E_1) + p(E_2) \cdot p(E|E_2) + ... + p(E_n) \cdot p(E|E_n)$$

- *Teorema di Bayes (evento accaduto):*

$$p(E_i|E) = \frac{p(E_i) \cdot p(E|E_i)}{p(E)}$$

4 Esercizi svolti

4.1 Calcolo combinatorio

Disposizioni semplici

Un allenatore di calcio ha a disposizione quattro attaccanti, sei centrocampisti e cinque difensori. Avendo scelto il modulo 4-3-3 (che prevede quattro difensori, tre centrocampisti e tre attaccanti), calcola quante formazioni potrebbe schierare, sapendo che ha a disposizione anche tre portieri.

In questo esercizio si tratta di varie disposizioni semplici: importa infatti sia l'ordine (la disposizione in campo) sia gli elementi scelti (ossia i giocatori in campo).
Questo ragionamento vale per qualsiasi ruolo, quindi le possibili formazioni saranno il prodotto fra le possibili disposizioni dei portieri, dei difensori, dei centrocampisti e degli attaccanti; quindi il risultato é:

$$D_{3,1} \cdot D_{5,4} \cdot D_{6,3} \cdot D_{4,3} = (3) \cdot (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2) \cdot (6 \cdot 5 \cdot 4) \cdot (4 \cdot 3 \cdot 2) = 1036800$$

Disposizioni con ripetizione

In un'urna abbiamo dieci palline numerate da 1 a 10. Calcola quante terne ordinate si possono ottenere estraendo una pallina per tre volte consecutive, rimettendola ogni volta nell'urna dopo l'estrazione, tali che il primo numero sia divisibile per tre.

In questo problema si tratta di disposizioni con ripetizione in quanto bisogna estrarre tre palline tra le dieci disponibili (importanza degli elementi) in un determinato ordine. Inoltre le palline estratte vengono rimesse nell'urna, perciò possono essere estratte di nuovo.
Dato che il primo numero deve essere divisibile per 3 si devono moltiplicare la disposizione di un elemento scelto di classe tre (questo perché i divisori di tre da 1 a 10 sono appunto tre: 3,6 e 9) per le disposizioni di due elementi scelti di classe 10.
Perciò il numero di possibili terne è di:

$$D_{3,1} \cdot D'_{10,2} = (3) \cdot 10^2 = 300$$

Permutazioni semplici

A un congresso nove persone devono sedere intorno a un tavolo rotondo. Calcola in quanti modi le persone possono prendere posto. Se le stesse persone attendono in fila davanti all'ingresso della sala, in quanti modi si possono disporre?

In questo esercizio si tratta di permutazioni semplici: vengono infatti utilizzati tutti gli elementi a disposizione e conta l'ordine.
Le permutazioni delle persone in fila di conseguenza saranno P_9 mentre le possibilità in cui gli uomini possono sedersi intorno a un tavolo rotondo sono $\frac{P_9}{9}$ poiché in un tavolo rotondo non si può definire un inizio e una fine ma solamente

la disposizione interna.

Quindi le due possibilità risultano:

$$P_9 = 9! = 362880$$

$$\frac{P_9}{9} = \frac{9!}{9} = 40320$$

Permutazioni con ripetizione

Quanti sono gli anagrammi anche privi di significato, della parola CIOCCOLATA? Quanti finiscono per ATA?

Si tratta di un problema con permutazioni con ripetizioni in quanto alcune lettere nella parola CIOCCOLATA si ripetono. Il numero degli anagrammi è $P_{10}^{(3,2,2)}$ in quanto:

- le lettere sono 10;
- la lettera C si ripete 3 volte;
- le lettere O ed A si ripetono due volte

Quindi:

$$P_{10}^{(3,2,2)} = \frac{10!}{3! \cdot 2! \cdot 2!} = 151200$$

Gli anagrammi che finiscono per ATA, invece sono $P_7^{(3,2)}$ in quanto fissate le ultime tre lettere le permutazioni si calcolano su 7 lettere con la lettera C che si ripete tre volte e la O che si ripete due volte:

$$P_7^{(3,2)} = \frac{7!}{3! \cdot 2!} = 420$$

Combinazioni semplici

Calcola in quanti modi si possono estrarre cinque carte di fiori o cinque carte di picche da un mazzo di cinquantadue carte.

In questo problema si tratta delle combinazioni semplici in quanto non importa la sequenza di estrazione ma solo gli elementi estratti; inoltre, una volta estratta una carta, non la si rimette nel mazzo.
In questo caso i modi in cui possono essere estratti cinque carte di fiori o cinque carte di picche sono $C_{13,5} + C_{13,5}$ poiché le carte per ogni seme sono 13 e ne dobbiamo estrarre 5:

$$C_{13,5} + C_{13,5} = \binom{13}{5} + \binom{13}{5} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5!} + \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5!} = 2574$$

Combinazioni con ripetizione

Si devono preparare dei panini avendo a disposizione: salame, prosciutto e formaggio. Quanti panini diversi si possono preparare, mettendo in ognuno cinque fette della stessa qualità o di qualità diverse?

In questo problema si tratta di combinazioni con ripetizione poiché importano solamente i tipi di condimento dei panini e non il loro ordine; inoltre lo stesso condimento può essere ripetuto (in ogni panino su 5 fette di "farcitura", avendone a disposizione 3, alcune si devono necessariamente ripetere).
Il numero di panini diversi possibile è:

$$C'_{3,5} = \binom{3+5-1}{5} = \binom{7}{5} = \binom{7}{2} = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 21$$

4.2 Probabilità

La probabilità della somma logica di eventi

Si estrae una carta da un mazzo da 52 carte. Calcolare la probabilità che la carta:

1. *sia un re o un sette;*
2. *sia un re o una carta di picche;*
3. *sia un asso o una carta di picche o una figura.*

Per svolgere questo problema è necessario conoscere il metodo per calcolare la probabilità della somma logica di due evento:

$$p(E_1 \cup E_2) = p(E_1) + p(E_2) - p(E_1 \cap E_2)$$

1. Quindi per risolvere il primo punto, dato che i due eventi sono incompatibili la loro intersezione è l'insieme vuoto, quindi bisogna sommare la probabilità di estrarre un sette e la probabilità di estrarre un re:

$$p(E_1) = \frac{4}{52} + \frac{4}{52} - 0 = \frac{8}{52}$$

2. I due eventi del secondo punto sono compatibili, quindi dalla somma bisogna togliere la loro intersezione, quindi $1/52$ in quanto esiste solo un re di picche, si avrà quindi:

$$p(E_2) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52}$$

3. Lo stesso vale per il terzo punto in cui bisogna sommare la probabilità di prendere un asso, quella di prendere una carta di picche e quella di prendere una figura per poi sottrarre la probabilità di pendere un asso di picche o una figura di picche:

$$p(E_3) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} + \frac{12}{52} - \frac{4}{52} = \frac{25}{52}$$

La probabilità condizionata

Un'urna contiene 22 palline numerate da 1 a 22. Calcola la probabilità che, estraendo una pallina, essa rechi un numero multiplo di 3, sapendo che è uscito un numero dispari.

Ricordando la formula della probabilità condiziona:

$$p(E_1|E_2) = \frac{p(E_1 \cap E_2)}{p(E_2)}$$

si può considerare E_1 = "esce un numero multiplo di 3" e E_2 = "esce un numero dispari".

L'intersezione fra i de insiemi è composta da 4 elementi su 22 $3; 9; 15; 21$, mentre la probabilità di E_2 è di 11 su 22, quindi:

$$p(E_1|E_2) = \frac{4}{22} \div \frac{11}{22} = \frac{4}{11}$$

La probabilità del prodotto logico di eventi

La probabilità che un tiratore colpisca un bersaglio è del 20 % e la probabilità che lo colpisca un altro tiratore è del 60 %. I due tiratori sparano contemporaneamente. Calcola la probabilità che:

- *il bersaglio venga colpito da entrambi;*
- *almeno uno colpisca il bersaglio.*

Dato che in questo caso i due eventi sono stocasticamente indipendenti per ottenere il risultato non bisogna far altro che moltiplicare la probabilità dei singoli eventi: quindi per ottenere la soluzione del primo punto:

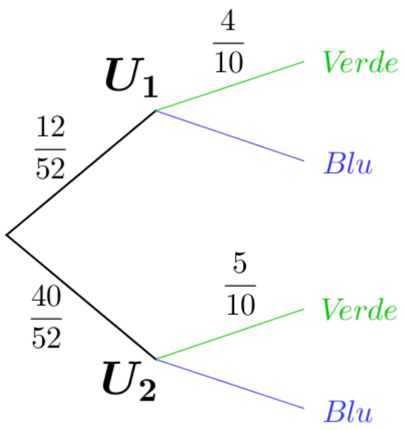
$$p(E_1) = \frac{20}{100} \cdot \frac{60}{100} = \frac{12}{100} = 12\%$$

Per calcolare il secondo punto invece calcoliamo prima la probabilità che nessuno dei due colpisca il bersaglio ($\frac{80}{100} \cdot \frac{40}{100}$); sapendo poi che la somma tra la probabilità che nessuno colpisca il bersaglio e la probabilità che almeno uno colpisca il bersaglio è uguale a 1 (evento certo), risulta:

$$p(E_2) = 1 - \left(\frac{80}{100} \cdot \frac{40}{100}\right) = \frac{68}{100} = 68\%$$

Teorema di Bayes (evento accaduto)

Abbiamo due urne. La prima contiene 4 palline verdi e 6 blu e la seconda 5 verdi e 5 blu. Si sceglie a caso un'urna estraendo una carta da un mazzo da 52. Se la carta è una figura viene scelta la prima urna, altrimenti la seconda. Sapendo che la pallina estratta è verde, calcola la probabilità che essa provenga dalla seconda urna.



Le probabilità di scelta dell'urna sono $p(U_1) = \frac{12}{52}$ e $p(U_2) = \frac{40}{52}$.

Mentre le probabilità di estrarre una pallina verde rispettivamente dall'urna 1 e dall'urna 2 sono $p(V|U_1) = \frac{4}{10}$ e $p(V|U_2) = \frac{5}{10}$.

Dopo aver calcolato la probabilità $p(V) =$ viene estratta una pallina verde $= \frac{12}{52} \cdot \frac{4}{10} + \frac{40}{52} \cdot \frac{5}{10} = \frac{31}{65}$, applicando la formula del Teorema di Bayes per l'evento già accaduto, si ottiene:

$$p(U_2|V) = \frac{40}{52} \cdot \frac{5}{10} \div \frac{31}{65} = \frac{25}{31}$$

5 Problemi maturità

Sperimentale PNI 2001 - Q8

Una classe è composta da 12 ragazzi e 4 ragazze. Tra i sedici allievi se ne scelgono 3 a caso: qual è la probabilità che siano tutti maschi?

La probabilità che, scegliendo a caso un membro della classe, questo sia un ragazzo è pari al numero di ragazzi (12) fratto il numero totale dei membri della classe (16).

La probabilità che ad una seconda estrazione esca di nuovo un ragazzo adesso è però diminuita, perché, dato che lo stesso non può essere riestratto, il numero di caso favorevoli, come quello dei totale diminuisce di uno (11/15). La stessa cosa varrà per la terza scelta (10/14).

Poi, dato che le tre estrazioni devono essere verificate contemporaneamente, bisogna moltiplicare le tre probabilità per ottenere la probabilità $p(M)$ totale:

$$p(M) = \frac{12}{16} \cdot \frac{11}{15} \cdot \frac{10}{14} = \frac{11}{28}$$

Sperimentale PNI 2002 - Q2

Il seguente è uno dei celebri problemi del Cavaliere di Méré (1610-1685), amico di Blaise Pascal: "giocando a dadi è più probabile ottenere almeno una volta 1 con 4 lanci di un solo dado, oppure almeno un doppio 1 con 24 lanci di due dadi?"

Per risolvere tale problema è necessario trovare entrambe le probabilità:

- $p(E_1)$: probabilità di ottenere almeno una volta 1 con 4 lanci di un solo dado
- $p(E_2)$: probabilità di ottenere almeno un doppio 1 con 24 lanci di due dadi

La probabilità di ottenere 1 al lancio di un dado è $\frac{1}{6}$, perciò la probabilità di non ottenere mai 1 nel lancio di un dado è:

$$p(\overline{E}_1) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{625}{1296}$$

Quindi la probabilità dell'evento contrario (almeno una volta 1) è pari a:

$$p(E_1) = 1 - p(\overline{E}_1) = 1 - \frac{625}{1296} = \frac{671}{1296} \simeq 0.5177$$

Per calcolare la probabilità di ottenere almeno un doppio 1 con 24 lanci di due dadi, in modo analogo, si calcolala, sapendo che la probabilità di ottenere un doppio 1 con due dadi è pari a $(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36})$ l'evento contrario:

$$p(\overline{E}_2) = \frac{35}{36} \cdot \frac{35}{36} \cdot ... = \left(\frac{35}{36}\right)^{24} \simeq 0.5086$$

Perciò:

$$p(E_2) = 1 - p(\overline{E}_2) = 1 - 0.5086 \simeq 0.4914$$

Perciò è più probabile che si verifichi l'evento 1.

Sperimentale PNI 2002 - Q3

Assumendo che i risultati – X, 1, 2 – delle 13 partite di Totocalcio siano equiprobabili, calcolare la probabilità che tutte le partite, eccetto una, terminino in parità.

Dato che i possibili risultati delle partite sono equiprobabili, la probabilità che una partita finisca in pareggio è di $\frac{1}{3}$ mentre che ciò non accada è di $\frac{2}{3}$.

Devono avvenire 12 pareggi e un risultato diverso; non è però specificato quale partita non finisca in parità perciò i casi possibili vanno moltiplicati per 13 (ogni singola partita ha infatti una probabilità di non finire con un pareggio). Perciò:

$$p(P) = \left(\frac{2}{3}\right)^{12} \cdot \frac{1}{3} \cdot 13 \simeq 0.0668$$

Sperimentale PNI 2003 - Q2

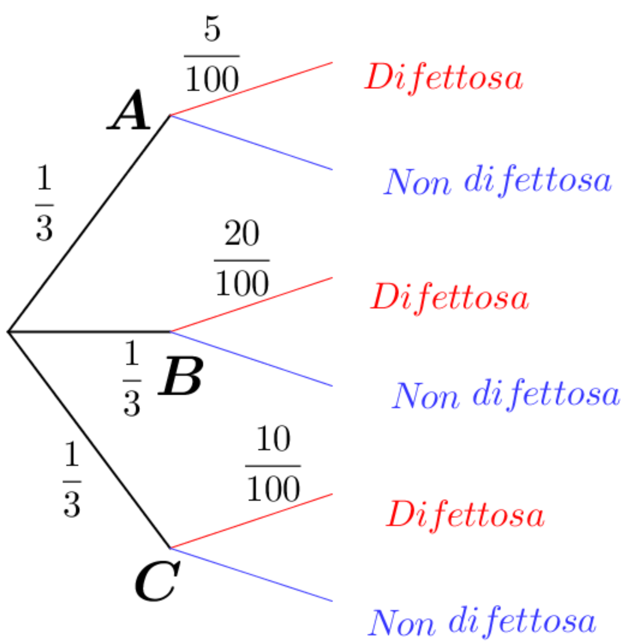
Tre scatole A, B e C contengono lampade prodotte da una certa fabbrica di cui alcune difettose. A contiene 2000 lampade con il 5 % di esse difettose, B ne contiene 500 con il 20 % difettose e C ne contiene 1000 con il 10 % difettose. Si sceglie una scatola a caso e si estrae a caso una lampada. Qual è la probabilità che essa sia difettosa?

In questo problema, dopo aver stabilito che le probabilità di scelta delle tre scatole è sempre uguale e pari a $\frac{1}{3}$, basta applicare la formula del Teorema di Bayes per l'evento che deve accadere. Perciò la probabilità $p(D)$ che una lampadina scelta a caso sia difettosa è pari a:

$$p(D) = p(A) \cdot p(D|A) + p(B) \cdot p(D|B) + p(C) \cdot p(D|C)$$

Quindi, sostituendo:

$$p(D) = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{100} + \frac{1}{3} \cdot \frac{20}{100} + \frac{1}{3} \cdot \frac{10}{100} = \frac{7}{60}$$



Ordinamento 2001 - Q6

Dimostrare che si ha:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

dove n, k sono numeri naturali qualsiasi, con $n > k > 0$.

Questa equazione si può verificare applicando membro a membro la legge dei tre fattoriali, perciò:

$$\frac{(n-1)!}{k!\cdot(n-1-k)!}+\frac{(n-1)!}{(k-1)!\cdot(n-k)!}=\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$$

Moltiplicando per il secondo membro si ottiene:

$$\frac{(n-1)!\cdot(n-k)!}{n!\cdot(n-1-k)!}+\frac{(n-1)!\cdot k!}{n!\cdot(k-1)!}=0$$

$$\frac{(n-1)!}{n!}\cdot\left(\frac{(n-k)!}{(n-k-1)!}+\frac{k!}{(k-1)!}\right)=0$$

$$\frac{1}{n}\cdot[(n-k)+(k)]=0$$

$$\frac{1}{n}\cdot(n)=0\rightarrow 0=0$$

Questa equazione che corrisponde alla Formula di Stifel è quindi verificata: è quindi dimostrata la Formula di Stifel.

Sperimentale PNI 2014 - Q3

Venti palline sono poste in un'urna. Cinque rosse, cinque verdi, cinque gialle e cinque bianche. Dall'urna si estraggono a caso, senza reimbussolamento, tre palline. Si valutino le seguenti probabilità:

1. *esattamente una pallina è rossa*
2. *le tre palline sono di colori differenti.*

1. La probabilità di estrarre una pallina rossa alla prima estrazione è $\frac{5}{20}$, mentre quelle di non pescarla alla seconda e alla terza sono rispettivamente $\frac{15}{19}$ e $\frac{14}{18}$ (perché le palline estratte non vengono reinserite nell'urna). La pallina rossa, però, può essere estratta alla prima, alla seconda o alla terza estrazione perciò per ottenere il risultato bisogna moltiplicare per 3.

$$p(E_1)=\frac{5}{20}\cdot\frac{15}{19}\cdot\frac{14}{18}\cdot 3=\frac{35}{76}$$

2. La probabilità di estrarre tre palline differenti è data dal prodotto delle probabilità di estrarre una pallina di un colore A alla prima estrazione $\left(\frac{5}{20}\right)$, di un colore B alla seconda $\left(\frac{5}{19}\right)$ e di un colore C alla terza $\left(\frac{5}{18}\right)$. Bisogna poi tenere conto del colore delle palline e del loro ordine nell'estrazione, ossia bisogna moltiplicare il tutto per una *disposizione semplice di 4 elementi di classe 3.*

$$p(E_2)=\frac{5}{20}\cdot\frac{5}{19}\cdot\frac{5}{18}\cdot D_{4,3}=\frac{25}{57}$$

Sperimentale PNI 2014 - Q8

La zara è un gioco d'azzardo di origine araba che conobbe particolare fortuna in Italia in età epoca medievale - ne parla anche Dante nella Divina Commedia - e si giocava con tre dadi. Si confronti la probabilità di ottenere con un lancio la somma 9 con quella di ottenere la somma 10.

Per risolvere tale problema è necessario trovare entrambe le probabilità:

- $p(E_1)$: probabilità di ottenere con un lancio la somma 9
- $p(E_2)$: probabilità di ottenere con un lancio la somma 10

Per ottenere queste probabilità rintracciare le possibili terne di tre dadi le cui somme facciano 9 o 10, il risultato sarà che da 216 possibili terne (*disposizione con ripetizione di 6 elementi di classe 3*): 25 abbiano come somma 9 e 27 facciano 10.

Perciò le due probabilità risultano:

$$p(E_1) = \frac{25}{D'_{6,3}} = \frac{25}{6^3} = \frac{25}{126}$$

$$p(E_2) = \frac{27}{D'_{6,3}} = \frac{27}{6^3} = \frac{27}{126}$$

Perciò è più probabile ottenere una terna la cui somma faccia 10 anziché 9.

Ordinamento 2014 - Q3

Nello sviluppo di $(2a^2 - 3b^3)^n$ *compare il termine* $-1080a^4b^9$. *Qual'è il valore di* n*?*

Questo quesito è facilmente risolvibile applicando la formula del binomio di Newton:

$$(A+B)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} A^{n-k} B^k$$

Quindi sostituendo si ottiene:

$$(2a^2 - 3b^3)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (2a^2)^{n-k} (3b^3)^k$$

Ma affinché si ottenga $-1080a^4b^9$, deve essere $k = 3$. E, dato che $n - k = 2$, risulta $n = 2$:

$$\begin{cases} (2a^2)^{n-k} = A^4 \\ (3b^3)^k = B^9 \end{cases}$$

Affinché gli esponenti siano uguali:

$$\begin{cases} 2 \cdot (n-k) = 4 \\ 3 \cdot k = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} n = k+2 \\ k = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} n = 5 \\ k = 3 \end{cases}$$

Perciò n deve essere uguale a 5 (è possibile verificare questo risultato sostituendo n e k nella formula del binomio di Newton e ottenendo così $-1080a^4b^9$).

Ordinamento 2010 - Q8

Se $n > 3$ e $\binom{n}{n-1}$, $\binom{n}{n-2}$, $\binom{n}{n-3}$ sono in progressione aritmetica, qual'è il valore di n?

Se questi valori sono in successione risulta:

$$a_1 = \binom{n}{n-1} = \frac{n!}{[n-(n-1)]! \cdot (n-1)!} = \frac{n!}{1! \cdot (n-1)!} = n$$

$$a_2 = \binom{n}{n-2} = \frac{n!}{[n-(n-2)]! \cdot (n-2)!} = \frac{n!}{2! \cdot (n-2)!} = \frac{n \cdot (n-1)}{2}$$

$$a_3 = \binom{n}{n-3} = \frac{n!}{[n-(n-3)]! \cdot (n-3)!} = \frac{n!}{3! \cdot (n-3)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{6}$$

Poiché si tratta di una successione, risulta $a_3 - a_2 = a_2 - a_1$:

$$\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{6} - \frac{n \cdot (n-1)}{2} = \frac{n \cdot (n-1)}{2} - n$$

$$(2n^2 - 2n) \cdot (n-2) - 6n^2 + 6n = 6n^2 - 6n - 12n$$

Da cui si ottiene:

$$2n \cdot (n^2 - 9n + 14) = 0$$

Da cui si ottengono tre soluzioni: 0, 2 e 7 di cui l'unica accettabile è 7.