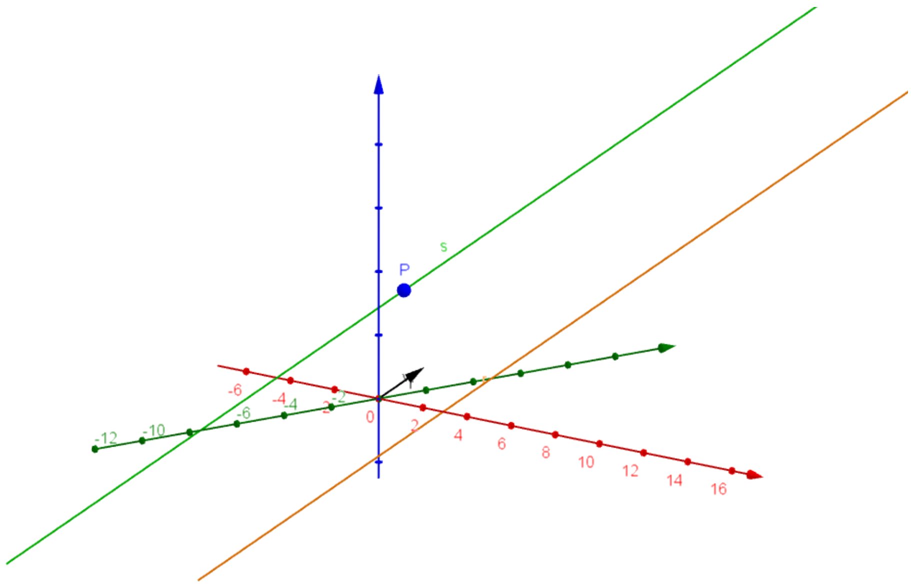
# Geometria analitica nello spazio
# Rette parallele

Ottobre 2016

**Data la retta $r$ di equazione:** $\begin{cases} x - 2y + z = -1 \\ x - z = 2 \end{cases}$ **trovare la retta $s$ parallela a $r$ e passante per il punto P di coordinate (-1;2;3).**

Questo problema può essere risolto utilizzando diversi metodi risolutivi, ne illustriamo alcuni.

## Risoluzione 1




Per prima cosa trasformiamo la retta $r$ in forma parametrica:

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = -\dfrac{1}{2} + t \\ z = -2 + t \end{cases} .$$

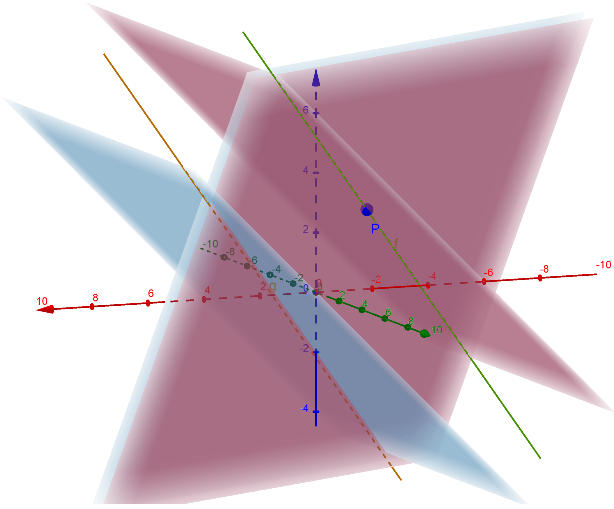
In questo modo i coefficienti direttivi della retta $r$ sono i coefficienti del parametro t, $\vec{v_r}(1, 1, 1)$.
I coefficienti direttivi della retta $s$ saranno proporzionali a quelli della retta $r$, possiamo usare direttamente $\vec{v_s}(1, 1, 1)$.
Utilizzando l'equazione frazionaria della retta:

$$\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n}$$

diventa:

$$s : \frac{x + 1}{1} = \frac{y - 2}{1} = \frac{z - 3}{1}$$

## Risoluzione 2



Considerata la retta $r$ come l'intersezione di due piani $\alpha$: $x - 2y + z = -1$ e $\beta$: $x - z = 2$ è possibile determinare la retta s a partire dai due piani.

Considerando il piano $\alpha$ troviamo il piano parallelo a questo e passante per P utilizzando la condizione di parallelismo tra due piani:

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = k$$

$$\frac{a'}{1} = \frac{b'}{-2} = \frac{c'}{1} = k$$

da cui:

$$kx - 2ky + kz = -d$$

dividiamo entrambi i membri per k e otteniamo:

$$x - 2y + z = -\frac{d}{k}$$

a questo punto imponiamo il passaggio per il punto P e otteniamo che $\dfrac{d}{k} = 2$
sostituendo:

$$x - 2y + z + 2 = 0$$

Con lo stesso metodo utilizzato prima troviamo il piano parallelo al piano $\beta$ passante per P. Risulterà:

$$x - z + 4 = 0$$

L'intersezione di questi due piani sarà la retta cercata:

$$s : \begin{cases} x - 2y + z + 2 = 0 \\ x - z + 4 = 0 \end{cases}$$

## Risoluzione 3

Sapendo che la retta data è formata dall'intersezione di due piani di equazione:

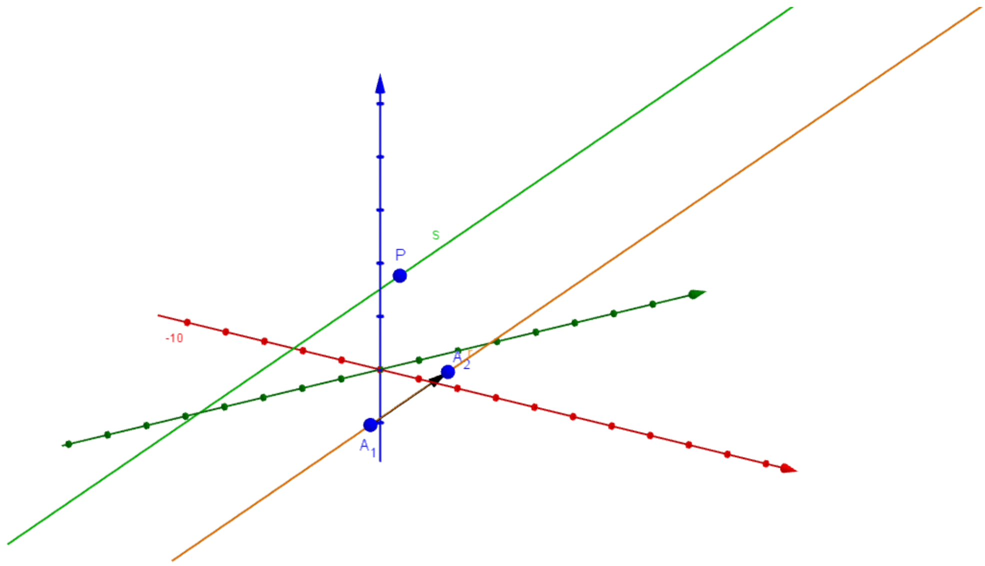
$$r : \begin{cases} x - 2y + z = -1 \\ x - z = 2 \end{cases} .$$

utilizzando le loro equazioni possiamo costruire una matrice che ci permette di ricavare i coefficienti direttori del vettore associato alla retta. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

Il vettore trovato sarà $\vec{v}(2, 2, 2)$
A questo punto non resta che utilizzare le coordinate del punto $P(-1; 2; 3)$ per costruire una retta passante per tale punto e con direzione parallela al vettore trovato.

$$s : \begin{cases} x = 2\lambda - 1 \\ y = 2\lambda + 2 \\ z = 2\lambda + 3 \end{cases} .$$

## Risoluzione 4




Considerando la retta $r$ e sapendo che:

$$l = x_2 - x_1;$$

$$m = y_2 - y_1;$$

$$n = z_2 - z_1$$

troviamo due punti appartenenti alla retta per poi trovare i coefficienti direttivi.
Per trovare il primo punto consideriamo $x_1 = 0$ da cui:

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = -\dfrac{1}{2} \\ z_1 = -2 \end{cases}$$

Per trovare il secondo punto consideriamo $z_2 = 0$ da cui:

$$\begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = \dfrac{3}{4} \\ z_2 = 0 \end{cases}$$

Ora sostituendo: $l = 2$, $m = 2$ e $n = 2$, $\vec{v_r}(2; 2; 2)$.
I coefficienti direttivi della retta $s$ saranno proporzionali a quelli della retta $r$, possiamo usare direttamente $\vec{v_s}(2; 2; 2)$.
Utilizzando l'equazione parametrica della retta:

$$\begin{cases} x = x_1 + lt \\ y = y_1 + mt \\ z = z_1 + nt \end{cases}$$

avremo:

$$s : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$